II <u>COMPARER DEUX SYSTÈMES DE PRIX</u>

Le monde est composé de deux biens : le salé (bien 1) et le sucré (bien 2). On note p_1 le prix du salé et p_2 le prix du sucré. On étudie le bien-être d'un agent, Marco, dont les préférences inaltérables sont définies par la donnée de son TMS de bien 1 en bien 2:

$$TMS = \frac{x_2}{x_1}$$

1 - Soient deux points X et Y, le second au sud est du premier. C'est-à-dire que si $X = (x_1, x_2)$ et $Y = (y_1, y_2)$, $y_1 \geq x_1$ et $y_2 \leq x_2$. Il est immédiat de vérifier qu'alors $TMS(X) \geq TMS(Y)$. Si X est Y appartiennent à la même courbe d'indifférence, la précédente inégalité s'interprète comme le fait que la tengante à une même courbe d'indifférence est décroissante le long de cette courbe : toutes les courbes d'indifférences sont donc convexes. C'est la qualité requise pour que les préférences de l'agent soient convexes.

Marcos vit sous une dictature dans laquelle les prix sont soumis à la fantaisie du dictateur qui n'aime que le sucré. Ainsi donc, ce dictateur impose les prix suivants : $(p_1, p_2) = (8, 20)$. <u>Le revenu de Marcos est de 100</u>.

2 - On reconnaît facilement des préférences Cobb - Douglas, dont la demande est :

$$\begin{cases} x_1 &= \frac{R}{2p_1} \\ x_2 &= \frac{R}{2p_2} \end{cases}$$

ce qui donne ici

$$\begin{cases} x_1 &= \frac{100}{16} \\ x_2 &= \frac{100}{40} \end{cases}$$

soit $(x_1^*, x_2^*) = (6,25\ ; 0,1)$.

Marcos envisage d'immigrer dans un grand pays dans lequel les prix sont plus homogènes. Dans ce pays en effet, les prix sont $(p_1, p_2) = (10, 10)$.

3 - On applique la formule de la question 2 pour calculer la demande dans le nouveau système de prix, le revenu de Marcos n'ayant pas changé. On trouve :

$$\begin{cases} x_1 &= \frac{100}{20} \\ x_2 &= \frac{100}{20} \end{cases}$$

soit, $(x_1^{**}, x_2^{**}) = (5, 5)$.

4/ Marco peut-il se payer le panier de consommation (x_1^*, x_2^*) dans le nouveau système de prix. C'est-à-dire, ce panier satisfait-il la contraite budgétaire :

$$10x_1 + 10x_2 \leq 100$$

Or $10 * 6,25 + 10 * 0,1 = 63,5 \leq 100$. La réponse est positive.

5 - On déduit de la question précédente, qu'alors qu'il avait encore la possibilité de choisir (x_1^*, x_2^*), Marcos choisit délibérément un autre panier, (x_1^{**}, x_2^{**}) : c'est donc que ce dernier lui apporte plus de bien-être. On en déduit que Marcos serait plus heureux dans le grand pays.

III <u>UNE SOLUTION EN COIN ?</u>

Les Préférences d'Antoinette dans l'espace crème de jour (bien 1) – crème de nuit (bien 2) s'expriment à travers sa fonction d'utilité :

$$U(x_1, x_2) = x_1\ (x_1 + x_2)$$

x_1 étant le nombre de pot de crème de jour qu'elle consomme dans le mois, et x_2, le nombre de pot de crème de nuit qu'elle consomme dans le mois. On représente les courbes d'indifférence d'Antoinette dans le repère $x_1 - x_2$. On note R son revenu mensuel.

1 - pour $x_1 \neq 0$, $U(x_1, 0) = x_1^2$. Le point $(x_1, 0)$ est donc le point d'intersection de l'axe horizontal avec la courbe d'indifférence qui donne l'utilité x_1^2. Toutes les courbes, coupent donc en un point l'axe horizontal.

2 - Pour $x_2 \neq 0$, $U(0, x_2) = 0$. L'axe vertical est donc compris dans la courbe d'indifférence qui donne l'utilité ZÉRO. On vérifie qu'en fait, cette courbe d'indifférence est la partie positive ou nulle de l'axe vertical.

3 - Le TMS se déduit des préférences suivant la formule $TMS = \frac{\frac{\partial U}{x_1}}{\frac{\partial U}{x_2}}$.

Ici, puisque $U = \mathbf{x_1^2} + x_2\ \mathbf{x_1}$, en dérivant par rapport à $\mathbf{x_1}$, on a

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{x_1}} = 2\mathbf{x_1} + x_2.$$

De même, puisque $U = x_1 * \mathbf{x_2} + x_1^2$, en dérivant par rapport à $\mathbf{x_2}$, on a

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{x_2}} = x_1.$$

On trouve finalement :

$$\begin{aligned} TMS &= \tfrac{2x_1 + x_2}{x_1} \\ &= \tfrac{x_2}{x_1} + 2 \end{aligned}$$

Le but de l'exercice est de caractériser les situations dans lesquelles il y a une demande “en coin”

4 - Si la demande optiamle d'Antoinette est de la forme $(x_1^*, 0)$, elle n'en sature pas moins pour autant la contrainte budgétaire. Ainsi, on a :

$$p_1 x_1 = R, \text{ soit } x_1^* = \frac{R}{p_1}.$$

Le TMS en ce point se calcule en fonction de la formule trouvée à la question précédente. On trouve : $TMS = 2$.

4 - Au point $(x_1^*, 0)$ on est certain que le bien-être d'Antoinette n'aurait pas pu être amélioré par l'achat d'une unité quelconque de bien 2 (crème de nuit). Cela signifie que le TMS de crème de nuit d'Antoinette est inférieur au prix relatif de la crème de nuit, ou encore, que le TMS de crème de jour d'Antoinette est supérieur au prix relatif de la crème de jour. Cela se traduit par l'équation :

$$2 \geq \frac{p_1}{p_2}$$

Dans cet exemple, dès que le prix de la crème de nuit est trop élevé, Antoinette la substitue par de la crème de jour. Lorsque le prix de la crème de nuit est trop élevé, Antoinette n'achète que de la crème de jour.

IV ÉQUILIBRE SUR LE MARCHÉ DU PNEU

Il y a un bien dans l'économie : le pneu. Une firme, en concurrence pure et parfaite, produit ce bien. Le coût minimal pour produire la quantité y de pneu est :

$$C(y) = \frac{y^2}{16}$$

ce coût est exprimé en KF. (1KF = 1 000 FF)

La demande à laquelle cette firme est soumise suit la relation :

$$y = \frac{2}{p}$$

1 - La courbe de demande inverse donne la relation entre la quantité demandée et le prix minimal pour demander cette quantité.

$$y = \frac{2}{p} \quad \Longleftrightarrow p = \frac{2}{Y}$$

2 - Le coût marginal est par définition la dérivée de la fonction de coût, soit :

$$C'(y) = \frac{2y}{16} = \frac{y}{8}$$

On sait qu'en concurrence pure est parfaite, l'équation de la courbe d'offre est : $p = C'(y)$, soit, dans l'espace quantité – prix :

$$p = \frac{y}{8}.$$

3 - L'offre égale la demande, à l'intersection de la courbe $p = \frac{2}{y}$ et de la courbe $p = \frac{y}{8}$. Soit lorsque :

$$\frac{2}{y} = \frac{y}{8},$$

soit donc, $(y^*)^2 = 16$ ou encore $y^* = 4$. On en déduit le prix d'équilibre $p^* = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Dans cette économie, le prix du pneu est 500 FF