

MICROSTRUCTURE DES MARCHES FINANCIERS



Comportements stratégiques
Production de liquidité

Plan du cours

Préambule : Comportements stratégiques et
modèles de stock

• • •

I Le modèle de Ho et Stoll

II Le modèle de Kyle



Préambule : Des comportements stratégiques

1. Quelle information importe à l'agent ?
2. Les signaux publics influent sur les prix
3. Les prix répercutent aussi les signaux privés
4. Les prix peu révélateurs en présence de comportements stratégiques
5. Les modèles de stock

1. Quelle information importe à l'agent ?

L'économie analyse la rationalité des comportements des agents. Elle analyse à la fois les objectifs des agents et les moyens à leur disposition pour les atteindre.

Lorsqu'il choisit une action à prendre, l'agent doit en particulier en comprendre son étendue. Il ne s'agit plus seulement de comprendre les paramètres directs de l'économie, mais l'influence que je peux avoir sur eux.

→ Ne pas méconnaître les conséquences sur les prix permet de mieux gérer les échanges

→ Anticiper les réactions des autres agents à mes actions me permet de choisir la meilleure action.

En d'autres termes, est-ce qu'il faut lire «Les échos», «l'introduction générale à l'économie» ou les bulletins de salaire de ses voisins ?

• Un bon économiste connaît les prix actuels et les prix futurs pour mieux cerner sa contrainte budgétaire. En incertain, les prix demain ne sont pas toujours connus.

• Les analyses de performance permettent des anticipations plus précises sur les prix futurs.



2. Les signaux publics influent sur les prix

Typiquement, les modèles d'équilibre établissent des liens entre les prix et les caractéristiques de l'économie.

Radner développe le lien entre l'équilibre aujourd'hui avec la liste des prix demain. Quelle en est l'interprétation la plus directe : si une nouvelle information apparaît, les prix aujourd'hui l'assimilent immédiatement.

C'est pourquoi les initiés pensent a priori pouvoir faire des bénéfices sur leurs informations privées, puisqu'elle leur permettent de mieux anticiper que le marché les prix demain, les transformant, selon, en acheteurs ou vendeurs.

La bonne et la mauvaise information :

Si on prend à la lettre le modèle des anticipations rationnelles, une bonne information modifie l'environnement dans lequel on se trouve. Si on veut comprendre *où va le monde*, seule une nouvelle information est pertinente. Les autres informations ne modifient pas notre environnement. Prime donc aux scoops.



3. Les prix répercutent aussi les signaux privés

Les prix d'équilibre opèrent une coordination entre les besoins des agents, en fonction des possibilités de l'économie et de leurs préférences. Cette coordination s'opère via les prix.

La coordination demeure lorsque les agents conservent un comportement concurrentiel alors même qu'ils détiennent une information privée : les prix agrègent cette information privée (cf. Grossman - Stiglitz)

Cependant l'hypothèse selon laquelle les agents ne réalisent pas que leur demande affecte les prix et dévoile en même temps leur information privée est insatisfaisante. Il semble plus réaliste de supposer que les initiés vont avoir des comportements stratégiques.



4. Les prix peu révélateurs en présence de comportements stratégiques

L'initié, s'il anticipe que des ordres importants vont modifier la structure des prix va essayer de minimiser la révélation d'information en fractionnant ses ordres.

Définition : les agents sont stratégiques lorsqu'ils prennent en compte les conséquences de leurs actions sur les variables endogènes du modèle.

Les comportements révélateurs rendent les prix moins informatifs. L'analyse du modèle nécessite la compréhension des stratégies des différents intervenants.

5. Les modèles de stock

A l'opposé des marchés concurrentiels, on suppose que le titre est géré par un teneur de marché, qui répond aux demandes de liquidité du marché (positive ou négative) à partir de son propre stock.

Les teneurs de marché offrent leurs prix en fonction des quantités qui leurs sont demandées (offertes). En général le prix offert (ask-price) diffère du prix demandé (bid-price)

La fourchette de prix, le «*bid-ask spread*» est fixée par le teneur du marché en fonction du risque de sa position et de la demande de liquidité du marché.

Les noms ask price et bid price sont choisis dans la logique du de l'agent acheteur ou vendeur

ASK PRICE :

Le prix à partir duquel les agents demandent des actifs.

BID PRICE :

Le prix que les agents proposent pour vendre.



I Le modèle de Ho et Stole

1. Institution centralisant les échanges : le teneur de marché
 - 1-1 Liquidité d'un titre dans un marché en équilibre
 - 1-2 Coûts de la liquidité et Spread
 - 1-3 Comportements stratégiques dans le marché
2. Le modèle
 - 2-1 Prolégomène : Equilibre avec deux prix
 - 2-2 Déroulement des échanges
 - 2-3 Hypothèses et notations
3. La concurrence parfaite point de référence de la concurrence imparfaite
 - 3-1 Concurrence à la Bertrand entre teneurs de marché
 - 3-2 Prix de réserve des teneurs de marché
 - 3-3 Fourchette de réserve et aversion pour le risque
 - 3-4 Effet position
4. Equilibres de Nash
 - 4-1 Un équilibre de Nash en stratégie pure en information parfaite
 - 4-2 Un équilibre de Nash en stratégie pure en information imparfaite
 - 4-3 Contraintes de liquidité pour le teneur de marché
 - 4-4 En présence d'agents informés

1-1 Liquidité d'un titre dans un marché en équilibre.

Quelle est la signification de l'égalité Offre=Demande dans un marché dans lequel la cotation est en continu ? Soit c'est toute une série d'égalités offres et demandes dans un marché gouverné par les ordres, soit c'est l'égalité lorsque l'on fait le bilan de la journée, soit tout simplement, c'est la représentation de ce qu'il existe un prix moyen d'équilibre qui égalise l'offre et la demande totales sur une période représentative.

Un prix d'équilibre ne signifie donc pas nécessairement qu'on peut acheter et vendre n'importe quelle quantité. Il existe des frictions sur la liquidité d'un actif.

LA THEORIE ET LA PRATIQUE : Comment comprendre l'a priori de naïveté que les gens «du métier» accolent aux économistes et à leurs théories éloignées du réel ? On peut avancer une différence de perspective temporelle : les uns agissent dans un monde en continu, et les autres sont obligés de poser des dates et des périodes pour comptabiliser les échanges.

1-2 Spread et production de liquidité

La présence d'un teneur de marché en compensant les déséquilibres temporaires via son stock d'actif permet de rendre un titre liquide.

Définition : la *fourchette* est la différence entre le prix de vente et le prix d'achat d'un actif. Ce «bid-ask spread» rémunère le teneur de marché qui supporte les coûts de la production de liquidité.

- Coûts techniques (informatiques, taxes)
- Coûts liés à une mauvaise diversification de sa position. Le coût est alors assimilable à une prime de risque entre la valeur fondamentale de l'actif et les prix de la fourchette.
- Coûts liés à des asymétries d'information, pour assurer un profit minimum «contre» pertes infligées par les initiés

1-3 Comportements stratégiques dans le marché.

Dans le processus d'échange décrit, le placement des ordres, c'est-à-dire les quantités demandées par les agents est essentiel. La quantité est alors prise en compte par les agents qui adoptent un comportement stratégique.

- Stratégie du teneur de marché qui tient compte des quantités demandées et offertes avant de proposer sa fourchette
- Stratégie des teneurs de marché qui se livrent entre eux une concurrence en prix à la Bertrand
- Stratégie des investisseurs informés qui ont intérêt à masquer les quantités qu'ils désirent vraiment échanger.

L'idée est que même si les agents sont petits par rapport au marché, au moment d'effectuer une transaction, ils seront toujours confrontés à l'intérieur d'un petit nombre d'agents, et il devient raisonnable de les penser stratégiques.

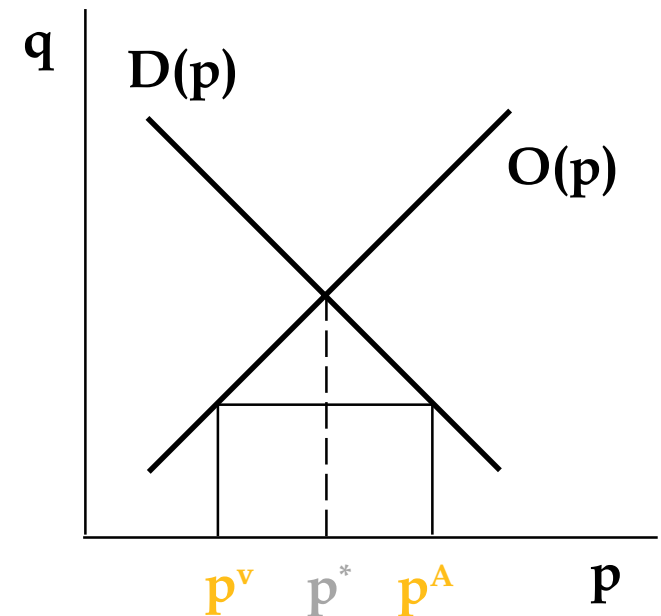
On fait l'hypothèse dans cette partie du chapitre qu'il n'y a pas d'investisseur informés, et que les autres investisseurs sont non stratégiques.

2-1 Prolégomène : Equilibre avec deux prix

Y-a-t'il un équilibre possible pour des investisseurs non stratégiques si prix d'achat et prix de vente sont différents ?

Le marché dans lequel il y a deux prix distincts pour l'achat et la vente de titres peut-il être en équilibre ? Si un investisseur a une fonction de demande, $d(p)$ et une fonction d'offre $o(p)$ dont l'intersection est en p^* , Il est toujours possible de trouver autour de p^* des paires de prix d'achat supérieurs à des prix de vente, tels que l'offre égale la demande (cf graphique ci-contre).

Pour simplifier l'analyse du modèle, et souligner le motif de besoin de liquidité, on supposera que l'offre et la demande des investisseurs est constante en fonction du prix, égale à Q .



2-2 Déroulement des échanges

Etape 1: Placement d'ordres à $t=0$

L'investisseur transmet son ordre, Q ou $-Q$ aux teneurs de marché.

Etape 2: Cotations et échanges de titres à $t=0$

N teneurs de marché choisissent leur fourchette de prix simultanément. Transaction avec le meilleur teneur de marché.

Etape 3: Réalisation des gains à $t=1$

Les gains de tous les participants sont réalisés.

2-3 Hypothèses et notations

- Deux états de la nature et un seul actif risqué, V qui vaut u avec la probabilité π et d avec la probabilité $1-\pi$.
- N teneurs de marché ($i=1, \dots, N$). Leur stock d'actif est dénoté \underline{z}_i (peut-être négatif dans le cas de vente à découvert), de numéraire, \underline{z}_i^0 .
- Les teneurs de marché sont averses au risque, ils ont la même fonction d'utilité log-normale :

$$U_i(W_i) = -e^{(-\gamma W_i)}$$
- De l'autre côté du marché UN investisseur dont la demande ou l'offre est Q ou $-Q$.

La position d'un agent est **COURTE** s'il vend à découvert et **LONGUE** s'il vend des titres qu'il possède.

On ne précise pas les payoffs de(s) investisseurs puisqu'est déjà modélisé le comportement. On se permet une telle simplification quand les paiements des investisseurs ne sont pas le sujet d'étude principal.

3-1 concurrence à la Bertrand entre teneurs de marché

Le modèle analyse l'influence de la dotation d'un teneur de marché sur sa position concurrentielle vis-à-vis des autres teneurs de marché. L'analyse est différente si ces dotations sont connues par les concurrents ou non. Dans un cas les stratégies optimales forment l'équilibre de Nash, dans l'autre l'équilibre Nash Bayésien.

Definition : Un équilibre de *Nash* est un ensemble de stratégies tel qu'aucun joueur n'a intérêt à dévier seul.

Definition : Un équilibre de *Nash Bayésien* est un ensemble de stratégies compatibles avec les révisions bayésiennes sur les dotations des joueurs, tel qu'aucun joueur n'a intérêt à dévier unilatéralement.

NOTATIONS :

On note $A(Q, z_i, z_i^0)$ le ask-price du i ème teneur de marché et $B(Q, z_i, z_i^0)$ son bid-price.

Une manière simple de voir l'équilibre de Nash Bayésien est de le comprendre comme un ensemble de stratégies et de croyances compatibles avec ces stratégies.

3-2 Prix de réserve des teneurs de marché

Quels sont les prix minimum du teneur de marché à la vente, quels sont les prix maximum à l'achat ? Ils sont tels que son bien-être n'est pas modifié.

Définition : On appelle prix de réserve $A_r(Q, z_i, z_i^0)$ le prix de réserve de vente du ième teneur de marché et $B_r(Q, z_i, z_i^0)$, son prix de réserve à l'achat.

En utilisant les règles de calcul de l'utilité log-normale, on montre le théorème suivant :

Proposition : les prix de réserve sont :

$$A_r(Q, z_i, z_i^0) = \frac{\ln(\lambda [e^{\gamma Q u} - e^{\gamma Q d}] + e^{\gamma Q d})}{\gamma Q}$$

$$B_r(Q, z_i, z_i^0) = \frac{-\ln(\lambda [e^{-\gamma Q u} - e^{-\gamma Q d}] + e^{-\gamma Q d})}{\gamma Q}$$

$$\lambda(Q, z_i, z_i^0) = \frac{\pi}{\pi + (1 - \pi) e^{\gamma z_i (u-d)}}$$

3-3 Fourchette de réserve et aversion pour le risque

Le résultat précédent se réécrit :

$$e^{\gamma Q} A_r = \lambda e^{\gamma Q} u + (1 - \lambda) e^{\gamma Q} d$$

$$e^{-\gamma Q} B_r = \lambda e^{-\gamma Q} u + (1 - \lambda) e^{-\gamma Q} d$$

A une transformation exponentielle près, les prix de réserve sont une combinaison des valeurs u et d . La fonction exponentielle étant convexe on en déduit:

$$B_r < \lambda u + (1 - \lambda) d < A_r$$

Proposition : Lorsque les teneurs de marché sont averses au risque, la fourchette n'est jamais nulle.

L'existence d'une fourchette ne provient donc pas de la concurrence imparfaite, mais de l'aversion pour le risque.

Remarque : la fourchette de réserve n'encadre pas toujours la valeur fondamentale de l'actif : $\pi u + (1 - \pi) d$

3-4 Effet position

Comment varient les prix de réserve lorsque la dotation initiale varie ? Quand z_i augmente, le paramètre $\lambda \leq \pi$ diminue. En utilisant les formules du transparent précédent, il vient que A_r et B_r diminuent aussi.

- Les prix réserve A_r et B_r sont fonction décroissante de la position
- La taille de la fourchette $B_r - A_r$ augmente avec la position
- A l'infini, λ s'approche de 0, les prix de réserve sont proche de d
- A zéro, λ s'approche de π , les prix de réserve sont proche de u

Comment l'interpréter ? Plus sa position est longue, plus son exposition au risque est importante, et par conséquent plus il désire vendre et moins il désire acheter. C'est cet impact de la dotation d'un teneur de marché sur son désir d'acheter ou vendre que l'on appelle effet position.

4-1 Un équilibre de Nash en stratégie pure en info parfaite

Supposons que les teneurs de marché connaissent tous leurs position réciproques, et que l'on ait :

$$A_r^1 > A_r^2 > \dots A_r^{N-1} > A_r^N$$

$$B_r^{f(1)} < B_r^{f(2)} < \dots B_r^{f(N-1)} < B_r^{f(N)}$$

Proposition : tout ensemble de stratégie telle que chaque joueur propose un Ask price (bid price) supérieur (inférieur) à son prix de réserve, et que le joueur N (f(N)) joue entre A_r^{N-1} et A_r^N ($B_r^{f(N-1)}$ et $B_r^{f(N)}$) strictement est un équilibre de Nash en stratégie pure.

Il n'est pas très surprenant que ceux qui gagnent sont les teneurs de marché qui ont les meilleurs prix de réserve. Il n'y a pas d'équilibre en stratégie mixte, car en fait la stratégie des deux «gagnants» est dominante.

4-2 Un équilibre de Nash en stratégie pure en info imparfaite

Supposons que les teneurs de marché n'observent pas leurs offres réciproques, mais qu'ils connaissent seulement la distribution des dotations initiales.

La différence avec le cas précédent est qu'aucun ne peut se prévaloir de l'offre de l'avant dernier, puisqu'il ne connaît pas ces prix de réserve.

Proposition : Il existe un équilibre de Nash en stratégie pure. Le ask price $A(z)$ et le bid price $B(z)$ sont fonction décroissante de la dotation.

[Les agents savent que les autres agents ont tous cette stratégie, ils calculent leur meilleure réponse, et c'est cette stratégie.]

[Remarquez que c'est encore les agents qui ont la meilleure dotation qui réaliseront des échanges sur le marché.]

4-2 Contraintes de liquidité pour le teneur de marché

Supposons que les teneurs de marché sont neutres au risque, mais que leurs positions ne peuvent pas excéder certaines bornes réglementaires. Dans ces cas-la, les teneurs de marché utilisent leur fourchette de prix pour contrôler la variance de leur position.

Les résultats que l'on obtient dans ce genre de modèles sont identiques à ceux déjà présentés.

4-4 En présence d'agents informés

On suppose que les initiés connaissent déjà la valeur de l'actif u ou d . Lorsqu'il reçoit un ordre, le teneur de marché, ne sait pas s'il fait face ou non à un agent informé.

La stratégie des agents informés dépend de la réaction des teneurs de marchés. On fait l'hypothèse simplificatrice que les non informés ont une élasticité nulle

- Les prix sont u et d en dehors de l'offre/demande Q
- Pour l'offre/demande Q la fourchette est autour de la valeur fondamentale
- Les agents informés demandent la quantité Q et ne dévoilent pas plus précisément leur information.